



## AVALIAÇÃO NUMÉRICA E EXPERIMENTAL DE VIGAS DE MADEIRA LAMELADA COLADA REFORÇADA COM FIBRAS VECTRAN

### EXPERIMENTAL AND NUMERICAL EVALUATION OF GLUED LAMINATED TIMBER BEAM REINFORCED WITH VECTRAN FIBERS

Vilela, Ramon <sup>(1) (2) \*</sup>; Mascia, Nilson Tadeu <sup>(3) (2)</sup>; Donadon, Bruno Fazendeiro <sup>(4) (2)</sup>

<sup>(1)</sup> Eng. Civil, Mestrando no programa de pós-graduação.

<sup>(2)</sup> Faculdade Estadual de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, Brasil

<sup>(3)</sup> PhD. Eng. Civil. Professor titular.

<sup>(4)</sup> MSc. Eng. Civil, Doutorando no programa de pós-graduação.

\* Contato: [ramonvilela@outlook.com](mailto:ramonvilela@outlook.com)

CÓDIGO: 4601313

Comentado [RV1]: Nilson, inserir o código que enviaram.

#### Resumo

Fibras sintéticas são utilizadas como reforço em vigas de madeira lamelada colada (MLC) para melhorar seu desempenho mecânico, como aumento de rigidez (MOE), aumento de resistência (MOR), além de mudar o modo de ruptura frágil das vigas para dúctil, conferindo maior segurança às mesmas. O presente trabalho analisa os resultados experimentais de vigas de MLC com reforço de fibra sintética e os compara com resultados numéricos, por elementos finitos, e analíticos, pela seção transformada. Três vigas de MLC de dimensões estruturais foram produzidas com lamelas de madeira da espécie *Pinus Elliottii*, uma espécie de madeira de baixa resistência e de origem de reflorestamento no Brasil. Tais vigas foram coladas com adesivo de Isocianeto de Emulsão Polimérica e reforçadas com fibra sintética de Vectran®, posicionado abaixo da última camada da viga. As vigas foram submetidas a ensaio de flexão, sendo o carregamento aplicado até a ruptura, entretanto, esta análise limitou-se ao regime elástico das vigas. Para a modelagem numérica realizada via o software ANSYS®, utilizou-se das propriedades mecânicas da viga previamente ensaiada sem o reforço estrutural. Os resultados obtidos indicam aproximações aceitáveis de deslocamentos verticais e tensões normais devido à flexão, ambas a favor da segurança estrutural, validando a possibilidade de uso do método dos elementos finitos para o projeto de MLC reforçada com fibras de Vectran®.

**Palabras-clave:** MLC, reforço estrutural, fibra sintética, elementos finitos.

#### Abstract

Synthetic fibers applied as reinforcement in glued laminated timber beams (Glulam) intend to increase their mechanical performance, such as increasing their stiffness (MOE), their strength (MOR), and altering the brittle to the ductile failure mode of these beams, giving them greater security. This paper investigates the experimental results of Glulam beams reinforced with synthetic fiber subjected to bending test and compares with results obtained by the numerical procedure based on the Finite Element Method and the analytical transformed section method. Three structural size Glulam beams were produced with layers of *Pinus elliottii*, a low-strength grade wood species and are of reforestation origin in Brazil. They have been glued with adhesive of Isocyanate Polymeric Emulsion and reinforced with Vectran® synthetic fibers positioned under the last layer of the beam. A three-point bending test has been performed for loading applied until the beams rupture, but with the analysis have been restricted at the elastic regime of them. The numerical modeling has been carried out with the commercial Ansys Workbench 19 using the mechanical properties of the previously experimented beam without the structural reinforcement. The obtained results indicate acceptable fits of the vertical displacements at midspan, and normal stresses, both in favor of structural safety, what validates the possibility of using the FE to design glulam beams reinforced with Vectran Fibers.

**Keywords:** Glulam, structural reinforcement, synthetic fiber, finite elements.



## 1. INTRODUÇÃO

A Madeira Laminada Colada (MLC) pode ser considerado a evolução de elementos estruturais de madeira serrada, isto devido ao seu processo produtivo, aumento de sua rigidez e capacidade de resistência médias, bem como por reduzir a variabilidade de propriedades físicas e geométricas (Fiorelli and Dias 2011). Além disso, o elementos de MLC possuem um grande potencial de aplicação estrutural (e arquitetônico), como diversos estudos têm demonstrados teórica, experimental e numericamente (Ramage et al., 2017; Solarov and Glisic, 2014; Tsalkatidis, 2014).

Embora o MLC apresente melhora em algumas características quando comparado à madeira serrada, pesquisas sobre reforço estrutural têm sido realizadas com o objetivo de investigar seu desempenho mecânico, em especial, para espécies de madeira com menor resistência, com foco no aumento da rigidez e resistência. Tais estudos mostram que o reforço pode contribuir para a resistência à flexão, diminuindo o desvio padrão desta característica, e mudando o modo de ruptura de frágil (na tração) para uma ruptura dúctil (na compressão), (Bertoline et al., 2016).

Entre os materiais utilizados para reforço em vigas MLC, destacam-se os metálicos e fibroso. Atualmente, pesquisas com fibras de carbono (André 2006; Glišović et al. 2016, 2017), sintéticas de vidro (Raftery and Harte, 2011; Fiorelli and Dias, 2006; Lopez-Anido and Xu, 2002), poliméricas (Bertoline et al. 2016; Jacob and Barragán 2007), bem como, com fibras naturais (Solarov and Glisic, 2014; Bertoline et al., 2016; Mascia et al., 2014), vêm sendo destacadas. Além disso, o arranjo do reforço é outro fator importante a ser considerado, podendo ser usado lateralmente nas extremidades da viga (Fawwaz and Hanna, 2002), embutida em sulcos ao longo da viga ou por colagem externa, cada uma delas utilizada para fins diferentes.

Neste contexto, existem alguns modelos numéricos e analíticos que podem ser utilizados para análise e dimensionamento de vigas de MLC reforçadas, tais como o método analítico da seção transformada e o numérico método dos elementos finitos (MEF).

Assim sendo, este trabalho conduz ensaios experimentais envolvendo vigas de MLC reforçadas com fibras sintéticas de Vectran<sup>®</sup> sujeitas a flexão, tendo seus resultados comparados com os obtidos pelo método da seção transformada e aqueles produzidos pela modelagem numérica com auxílio do software comercial ANSYS<sup>®</sup>.

Cabe dizer que este artigo se limita a análise no regime elástico, considerando que este procedimento pode ser aplicado em situações frequentes de carregamentos, tensões e deslocamentos limitados por fatores de segurança no estado limite de serviço. Ressalta-se ainda, que fibras sintéticas de Vectran<sup>®</sup> ainda não são utilizadas na construção civil.

## 2. MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1. Materiais

Para realizar o procedimento experimental, três vigas de MLC, denominadas VR4, VR6 e VR8 neste trabalho, foram ensaiadas sem reforço estrutural primeiramente, e, posteriormente, reforçadas com fibras sintéticas de Vectran<sup>®</sup> coladas com adesivo de Emulsão Polimérica de Isocianeto (EPI).

As vigas de MLC foram produzidas com nove camadas de lamelas de aproximadamente 20 mm de espessura cada, sendo que cada camada recebeu classificação visual, conforme NBR 7190:1997 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1997). A seção transversal final das vigas de MLC resultaram em uma altura média de 180 mm e largura de 53 mm. As amostras utilizadas nesta pesquisa foram obtidas de espécies de madeira *Pinus Elliottii*, originárias de regiões de reflorestamento no Brasil.

O módulo de elasticidade de cada viga foi avaliado por ensaio de flexão à três pontos a partir da aferição dos deslocamentos no meio do vão, considerando os efeitos devido à flexão e cisalhamento. Para isso, considerou-se a teoria de vigas de Timoshenko na determinação analítica do deslocamento no meio do vão, que para o esquema do ensaio, foi calculada pelo Princípio dos Trabalhos Virtuais, conforme Equação 1.

$$P^* \delta = \int_x \frac{MM^*}{EI} dx + \int_x \frac{\kappa VV^*}{GA} dx, \quad (1)$$

Onde,  $P^*$  é o carregamento virtual no meio do vão,  $\delta$  é o deslocamento real no meio do vão,  $M$  e  $M^*$  são as funções de momento fletor devido ao carregamento real e virtual, respectivamente,  $E$  é o módulo de elasticidade longitudinal da viga,  $I$  é o momento de inércia da seção transversal,  $\kappa$  é o fator de forma,  $V$  e  $V^*$  é o esforço cortante devido ao carregamento real e virtual, respectivamente,  $G$  é o módulo de elasticidade transversal ou de cisalhamento,  $A$  é a área da seção transversal.

A Equação 2 é obtida aplicando as integrais da Equação 1 com as devidas condições de contorno.

$$\delta = \frac{Pl^3}{48EI} + \frac{\kappa Pl}{4GA}, \quad (2)$$

Onde,  $P$  é o carregamento real, que para a NBR 7190 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1997) deve ser definido pela diferença entre os carregamentos à 50% e 10% do carregamento máximo, e  $l$  é o vão entre apoios.

Considerando o fator de forma para seções retangulares  $\kappa = 1,2$ , estabelecendo a relação  $G = E/14$ , e isolando o módulo de elasticidade longitudinal, obtém-se a Equação 3.

$$E = \frac{P}{\delta} \left( \frac{l^3}{48I} + \frac{21l}{5A} \right), \quad (3)$$

Entretanto, o módulo de elasticidade foi obtido experimentalmente e as outras propriedades mecânicas da madeira foram determinadas a partir de relações estabelecidas na literatura (Bodig and Jayne 1982) para pinus.

O adesivo utilizado para colar as camadas da viga e o tecido de reforço foi o de Emulsão Polimérica de Isocianeto (EPI), produzido a partir dos componentes ReacTITE EP-925 e Hardener 200. O primeiro componente citado é um adesivo de emulsão de acetato de polivinila, e o outro componente, um difenilmetano diisocianato (MDI) polimérico. A densidade do adesivo foi de 1280 kg/m<sup>3</sup> e o módulo de elasticidade longitudinal do mesmo é informada como 4,00 GPa (Franklin Adhesives & Polymers 2018).

O tecido utilizado como reforço foi produzido a partir de fibras de Vectran®, obtido pela fiação por fusão de um polímero de cristal líquido (PCL), (Kuraray 2018). A densidade da fibra é de 1400 kg/m<sup>3</sup>, seu módulo de elasticidade longitudinal é de 50,16 GPa, e sua tensão de ruptura é de 2850 MPa (Campbell, 2010). O volume específico do adesivo foi estimado considerando 5% de volume de vazios no tecido do reforço, conforme recomendado em Mendonça (2005).

## 2.2. Ensaios Experimentais

A Figura 1 mostra o esquema do ensaio de flexão à três-pontos conduzido para a obtenção dos deslocamentos e tensões normais das vigas de MLC com e sem reforço de fibras sintéticas. O mesmo esquema foi estabelecido para produzir os modelos analítico e numérico, tendo seus



resultados posteriormente comparados aos resultados experimentais no regime elástico dos materiais componentes.

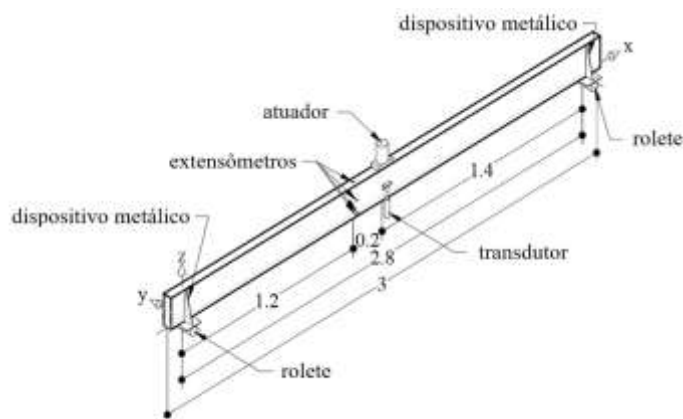


Figura 1: Esquema do ensaio em perspectiva isométrica, medidas em metros.

A Figura 1 exhibe o posicionamento dos equipamentos e dispositivos utilizados no ensaio a flexão. Note que que abaixo da célula de carga (atuador) foi posicionado uma chapa espessa para distribuir o carregamento ao longo de 10 cm, para suprimir os efeitos de embutimento na lamela superior. Também foram posicionados seis extensômetros à 20 cm do meio do vão. Ainda no meio do vão, mas na lateral da viga, foi posicionado um transdutor digital. Foram posicionados dispositivos metálicos nos apoios a fim de evitar possíveis rotações ao redor do eixo  $x$  devido excentricidade do atuador no eixo  $y$  (inicial ou por deformação durante o ensaio). O ponto de origem cartesiano utilizado para os modelos numérico e analítico coincidem com o representado na Figura 1.

A Figura 2 apresenta uma das vigas preparada para a realização dos ensaios, que foi conduzido no Laboratório de Estruturas (LES) da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo (FEC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP).



Figura 2: Viga preparada para o ensaio.

Os dados produzidos pelos transdutores, bem como os obtidos pela célula de carga e extensômetros, foram coletados por um aquisitor de dados da marca Micro-Messurements®, modelo 5100B SCANNER. O tempo de aquisição foi a cada 1 segundo. O dispositivo para aplicação do carregamento foi um pórtico aberto apoiado em quatro pontos da laje de reação, com capacidade máxima de 300 kN. O atuador foi composto por um macaco hidráulico com acionamento manual fixado no pórtico.

A primeira etapa do ensaio foi conduzida com a finalidade de determinar o módulo de elasticidade longitudinal da viga sem reforço, onde o carregamento, estimado por ensaio prévio, foi de aproximadamente metade do carregamento máximo resistido. Foi determinado um módulo de elasticidade longitudinal único para todas as lamelas da viga. Nesta etapa, a viga foi equipada somente por um transdutor posicionado no meio do vão, conforme *Figura 1*.

A *Tabela 1* traz as localizações cartesianas dos extensômetros e do transdutor posicionados para a leitura das deformações específicas e deslocamentos dos ensaios experimentais das vigas reforçadas.

*Tabela 1. Posições cartesianas dos extensômetros e transdutor, origem conforme Figura 1.*

Position in the axis	E1	E2	E3	E4	E5	E6	T1
X (mm)	1.200,00	1.200,00	1.200,00	1.200,00	1.200,00	1.200,00	950,00
Y (mm)	0,00	-2,65	-2,65	-2,65	0,00	0,00	-2,65
Z (mm)	180,00	145,00	100,00	55,00	0,00	Var.*	90,00

\* Posicionado abaixo do reforço, posição variável de acordo com a espessura do mesmo.

A teoria dos volumes para compósitos foi utilizada para estimar o módulo de elasticidade do tecido do reforço a partir do módulo de elasticidade, volume e peso específico dos componentes. O volume específico de fibra ( $V_f$ ) e adesivo ( $V_a$ ) contidos no tecido foi estimado conforme a Equação 4.

$$V_f = \frac{P_f / \rho_f}{P_f / \rho_f + P_a / \rho_a + V_v}; \quad V_a = \frac{P_a / \rho_a}{P_f / \rho_f + P_a / \rho_a + V_v}, \quad (4)$$

Onde  $f$ ,  $a$  e  $v$  são índices para fibra, adesivo e vazio, respectivamente,  $P$  e  $\rho$  são o peso aparente e peso específico do componente, respectivamente, e  $V$  é o volume específico de vazios. Foi considerado um volume específico de vazios de  $V_v = 5\%$ , conforme Mendonça (2005).

O módulo de elasticidade longitudinal do tecido ( $E_t$ ) é obtido aplicando-se a Equação 5.

$$E_t = E_f V_f + E_a V_a, \quad (5)$$

A *Tabela 2* lista as especificações do reforço aplicado em cada viga ensaiada. É importante notar que as três vigas foram reforçadas com diferentes camadas de tecido, sendo quatro, seis e oito camadas. A quantidade de amostras foram três, assumindo que a NBR 7190 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1997) permite ao menos duas amostras para determinação do módulo de elasticidade da madeira.

Dos ensaios experimentais, seguem os módulos de elasticidade longitudinal da madeira de cada viga, obtidos com a Equação 3: RG4 = 11,783.04 MPa, RG6 = 13,752.52 MPa e RG8 = 8,841.10 MPa.

Comentado [RV2]: Retirar

Tabela 2. Características dos reforços.

Característica	VR4	VR6	VR8
Nº de camadas	4	6	8
Espessura (mm)	3.00	6.00	9.00
Peso da fibra (kg)	0.88	1.32	1.76
Peso do adesivo (kg)	0.87	1.20	1.42
$\rho_t$ (kg/m <sup>3</sup> )	1,273.62	1,276.33	1,279.88
$E_t$ (MPa)	15,081.94	15,603.33	16,285.86

### 2.3. Método Analítico

Para determinar a rigidez à flexão equivalente  $EI_{eq}$  da seção transversal da viga reforçada, o método da seção transformada (Gere, 2004) foi aplicado tomando a largura do reforço e multiplicando pelo fator  $\eta$ , definido pela Equação 6.

$$\eta = \frac{E_f}{E_w}, \quad (6)$$

Onde,  $E_f$  e  $E_w$  são o módulo de elasticidade longitudinal da fibra e da viga de MLC, respectivamente.

O centro de gravidade da seção transformada no eixo  $z$  foi determinado pela Equação 7.

$$z_{CG} = \frac{A_w z_w + \eta A_f z_f}{A_w + A_f}, \quad (7)$$

Onde  $z_{CG}$  é o centro de gravidade de toda a seção transversal,  $A_i$  é a área da seção transversal do elemento  $i$ , sendo  $A_i = b_i h_i$ ,  $z_i$  é a distância no eixo  $z$  do centro de gravidade da seção do elemento até o ponto de origem,  $w$  e  $f$  são os índices de madeira e fibra, respectivamente (Figura 3).

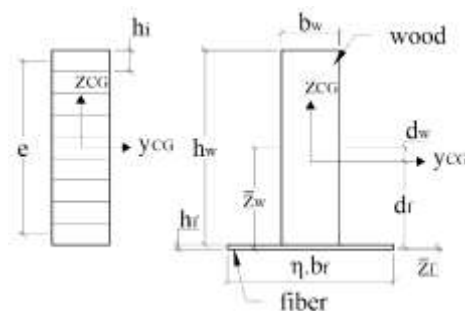


Figura 3: Parâmetros para o método da seção transformada.

A rigidez equivalente da seção composta  $EI_{eq}$  é determinada pela aplicação da Equação 8.

$$EI_{eq} = E_w \left[ A_w \left( \frac{h_w^2}{12} + d_w^2 \right) + \eta A_f \left( \frac{h_f^2}{12} + d_f^2 \right) \right], \quad (8)$$



Onde  $d_w$  e  $d_f$  são a distância entre o centro de gravidade da seção total  $z_{CG}$  e o centroide de cada elemento ( $z_w$  and  $z_f$ ), respectivamente (*Figura 3*).

Para obter uma melhor aproximação dos resultados, foram considerados os deslocamentos devidos ao esforço cortante. Assim sendo, a Equação 9 determina a rigidez ao cisalhamento equivalente para o método da seção transformada (FPInnovations 2012).

$$GA_{eq} = \frac{e^2}{\left(\frac{h_1}{2G_1b_1}\right) + \left(\sum_{i=2}^{n-1} \frac{h_i}{2G_ib_i}\right) + \left(\frac{h_n}{2G_nb_n}\right)}, \quad (9)$$

Onde  $e$  é a distância entre o centro de gravidade das camadas superior e inferior,  $h_i$  é a espessura da camada  $i$ ,  $G_i$  é o módulo de elasticidade de transversal da camada  $i$ ,  $b_i$  é a largura da camada  $i$  (*Figura 3*).

As tensões normais ao longo da seção foram estimadas pelas expressões da Equação 10.

$$\sigma_w = E_w \frac{M}{EI_{eq}} z; \quad \sigma_f = \eta E_w \frac{M}{EI_{eq}} z, \quad (10)$$

Onde  $z$  é a posição da seção analisada ao longo do eixo  $z$ .

## 2.4. Método Numérico

No software comercial ANSYS® Workbench, o compósito fibra-adesivo foi assumido como um material elástico isotrópico (bem como no analítico) com coeficiente de Poisson  $\nu = 0,3$  e o módulo de elasticidade conforme *Tabela 2*. Um elemento ortotrópico foi utilizado para simular a madeira. Assim sendo, a *Tabela 3* apresenta as relações determinísticas utilizadas como dados de entrada no software comercial ANSYS® para a simulação numéricas do ensaios.

*Tabela 3. Relações para Pinus (Bodig and Jayne, 1982).*

Relações	Valores adimensionais		
Módulo de elasticidade	$E_L/E_L$	$E_L/E_T$	$E_R/E_L$
Longitudinais	1.00	20.00	12.50
Módulos de elasticidade transversais	$G_{LR}/E_L$	$G_{LT}/E_L$	$G_{RT}/E_L$
	14.00	14.90	140.00
Coeficientes de Poisson	$\nu_{LR}$	$\nu_{LT}$	$\nu_{TR}$
	0.37	0.42	0.45

Tanto a madeira como o reforço foram simulados com elemento SOLID185, que permite obter resultados a partir da ortotropia dos elementos. O contato entre a madeira e o reforço foi considerado “bonded”, i.e., sem deslizamento relativo entre os elementos. O tamanho máximo dos elementos foi limitado em 10 mm. Assim sendo, a malha gerada produziu 34.260 elementos SOLID185, 32.562 elementos de contato CONTA174, 32.562 elementos TARGET170 além de 30 elementos de superfície SURF154.

Os apoios foram impostos pela ferramenta de condição de contorno “displacement”, onde restringiu-se os deslocamentos no eixo  $x$ ,  $y$  e  $z$  na mesma posição indicada na *Figura 1*. As rotações não foram restringidas. Já o carregamento foi aplicado em uma área de  $(100 \times 53) \text{ mm}^2$  no centro do vão como pressão sobre um bloco metálico com conexão “frictionless” (sem atrito)

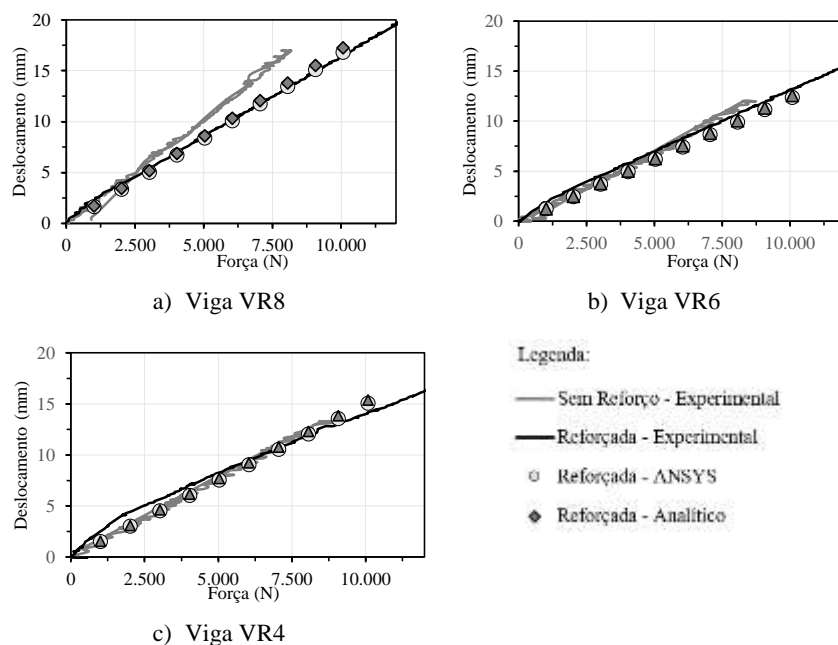


com o topo da viga. Os deslocamentos para um carregamento de 10 kN foram obtidos pela subdivisão do “step” em 10 etapas.

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÕES

#### 3.1. Deslocamentos

A *Figura 4a* mostra os resultados de deslocamentos no meio do vão obtidos experimental, analítico e numericamente da viga VR8 para a amostra com e sem reforço. Os resultados da viga não reforçada apresenta uma redução de rigidez próximo ao carregamento de 2 kN. Este comportamento não foi observado na amostra ensaiada da mesma viga após o reforço, da qual os resultados mostraram-se mais lineares. Os resultados numéricos da viga reforçada se comportaram com um padrão linear e produzem uma diferença constante de 2,53% entre eles. Para esta viga reforçada com oito camadas de tecido de Vectran®, o reforço com fibra sintética conferiu maior rigidez ao elemento estrutural além de proporcionar melhor uniformidade de sua rigidez.



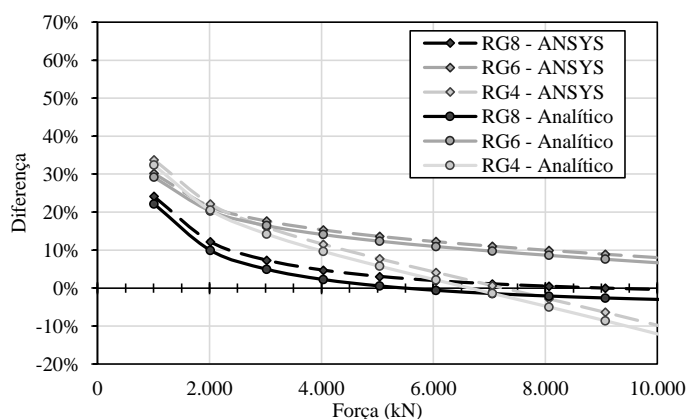
*Figura 4: Deslocamentos no meio do vão.*

Na *Figura 4b* estão plotados os resultados de deslocamento no meio do vão da viga RG6, reforçada com seis camadas de tecido de fibra sintética. Um comportamento sutilmente bilinear foi observado nos resultados da viga sem reforço, mas que pode ser considerado desprezível. Enquanto nos resultados experimentais da viga reforçada encontra-se um comportamento de rigidez linear e mais rígido comparado à viga sem reforço. Os resultados numéricos e experimentais para a viga com reforço tiveram uma diferença de 1,43% entre eles.



A *Figura 4c* apresenta os resultados de deslocamentos no meio do vão produzidos pelos ensaios experimentais e modelos numérico e analítico para a viga reforçada com quatro camadas de tecido de fibra sintética, a RG4. Diferente dos resultados anteriores, a viga reforçada foi a que apresentou um ponto de mudança de rigidez, enquanto a viga sem reforço ficou mais próxima a um comportamento linear. Os resultados numérico e analítico tiveram uma diferença constante entre si de 2,05%, e apresentaram boa aproximação dos resultados experimentais próximos ao carregamento de 7kN.

Finalmente, a *Figura 5* destaca-se a diferença relativa entre os métodos numérico e analítico com relação aos resultados experimentais. Foi encontrado uma diferença constante entre os métodos numérico e experimental, sendo que todos eles tiveram um padrão similarmente bilinear. Desta forma, constata-se que o comportamento ortotrópico da madeira (mais complexo), adotado para a simulação numérica, tem boa convergência com os resultados apresentados pelo modelo analítico (simplificado), no qual foi assumido um material isotrópico para a madeira. Assim sendo, para cálculos de elementos discretos, o método analítico da seção transformada pode ser adotado sem que haja prejuízo significante na análise dos deslocamentos.



*Figura 5: Diferença relativa entre o método analítico e numérico comparados com os resultados experimentais.*

Outro aspecto observado na *Figura 5* foi que todas as curvas de diferença apresentaram uma distância maior para os carregamentos iniciais, próximos a 2kN, depois disso, houve diminuição da inclinação de todas as curvas de diferença relativa. A hipótese proposta pelos autores é que esta diferença inicial está relacionada com a aplicação do reforço com as fibras estando relaxadas. Neste caso, um determinado nível de carregamento seria necessário para tracionar as fibras de reforço para atingir seu comportamento desejado na estrutura. Esta observação aponta para a necessidade de aplicação de pré-tração do reforço quando deseja-se aumentar a eficiência do mesmo desde os carregamentos iniciais.

### 3.2. Tensões Normais

As tensões normais da viga de MLC reforçada VR8 obtidas pelo ensaio experimental, e métodos numérico e analítico estão plotados na *Figura 6a*. Tais resultados referem-se à posição dos extensômetros representados na *Figura 1* e um carregamento de 10,08 kN. A teoria das vigas (Gere, 2004) propõe uma distribuição linear das tensões para um material constante ao longo da seção. Comportamento este observado para os modelos numérico e analítico da seção

transformada para a madeira, o que foi sutilmente diferente para os resultados experimentais, onde o módulo de elasticidade foi considerado constante e as tensões foram determinadas por  $\sigma = E \cdot \epsilon$ . Esta constatação evidencia uma variabilidade dos módulos de elasticidade ao longo da seção. Entretanto, existe uma aproximação consideravelmente boa para as tensões nas extremidades da viga tanto no topo (madeira) quanto na parte inferior (reforço), onde as tensões são críticas e utilizadas para projeto.

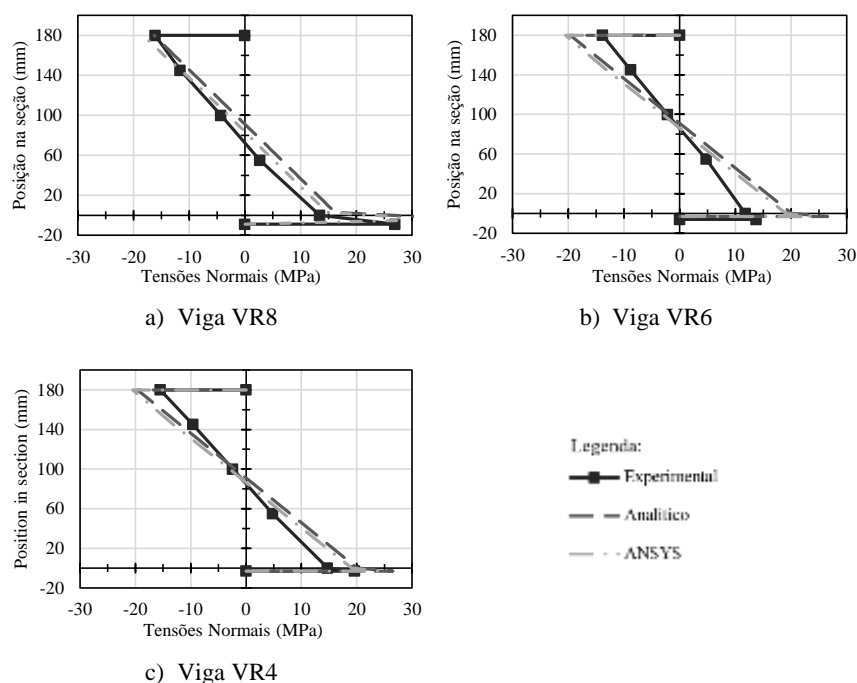


Figura 6: Diagrama de tensões para uma posição à 20 cm do centro do vão da viga para um carregamento de 10,08 kN.

A Figura 6b exibe as tensões normais encontradas ao longo da seção da viga reforçada VR6 em condições similares a viga anteriormente analisada. Observa-se que existe uma diferença de inclinação da curva de tensões normais obtidas pelo ensaio experimental comparadas aos métodos analítico e numérico. Este resultado pode indicar que a rigidez a flexão, consequentemente, o módulo de elasticidade dos métodos numérico e analíticos não são exatamente o mesmo que o do modelo experimental. Que, apesar de classificada, pode ter uma variação também ao longo do comprimento da viga devida a anisotropia da matéria prima das lamelas, a madeira. Entretanto, ao retornarmos à Figura 4b, que considera o comportamento global da viga, tal diferença de módulo de elasticidade não é tão relevante. Ainda na mesma viga, nota-se que as linhas neutras dos três resultados estão muito próximas entre si.

Para a viga reforçada VR4, os resultados de tensões normais estão apresentados na Figura 6c, nas mesmas condições de carregamento e posição de extensômetros que as anteriormente analisadas.

Similarmente aos resultados da viga VR6, os resultados da VR4 apresentaram sutil diferença entre os resultados experimentais e os resultados analítico e numérico.

A Tabela 4 mostra a diferença relativa das tensões normais determinadas pelos métodos analítico e numérico em comparação com os resultados obtidos experimentalmente por extensômetros. É notada uma considerável dispersão dos resultados. Fatores como a variabilidade local do módulo de elasticidade das lamelas, bem como o comportamento semi elástico da madeira após ter sido ensaiada previamente, podem justificar tais resultados.

Tabela 4. Diferença relativa entre os resultados de tensões normais analíticos e numéricos comparados com os experimentais.

Viga	Método	E1	E2	E3	E4	E5	E6
		(%)					
VR8	Analítico	1.32	14.67	61.90	147.83	24.65	25.48
	Numérico	12.68	0.89	30.97	93.08	99.38	10.07
VR6	Analítico	32.75	25.03	29.58	65.71	65.58	71.63
	Numérico	40.98	24.45	2.96	14.38	58.53	54.11
VR4	Analítico	26.55	23.95	17.64	64.88	36.43	35.52
	Numérico	32.30	22.78	3.80	12.39	28.09	26.75

#### 4. CONCLUSÕES

Este estudo foi destinado a analisar os resultados dos deslocamentos e as tensões normais obtidos procedimentos experimentais, analíticos e numéricos de vigas de MLC reforçadas com fibras sintéticas submetidas à flexão. Além disso, foi realizada uma comparação às mesmas vigas antes do reforço estrutural.

Os resultados obtidos indicaram que diferenças entre os métodos de elementos finitos e de seção transformada em comparação aos resultados experimentais são aceitáveis quando analisados os deslocamentos, menores que 3% em todos os casos. Porém, para resultados de carregamento inicial, o reforço de fibras apresentou um comportamento não-linear devido a acomodação inicial do tecido. Este comportamento evidencia um baixo desempenho para os carregamentos iniciais, aproximadamente 10% do carregamento máximo. Entretanto, sua performance é reestabelecida posteriormente, onde os carregamentos são efetivamente utilizados como critério de projeto. Caso haja necessidade refinamento do método numérico, pode-se empregar um elemento de contato com comportamento bilinear, e para o método analítico, a aplicação de coeficientes de correções para pequenos carregamentos. A melhora na convergência dos resultados numéricos e analíticos, além do desempenho inicial do reforço, podem ser alcançados utilizando-se técnicas de pré-tração do tecido.

Apesar de apresentarem o mesmo padrão de comportamento e segurança, os resultados analíticos e numéricos da tensão normal apresentaram diferenças relativamente altas quando comparados aos resultados experimentais. Entretanto, tais diferenças foram a favor da segurança e são justificadas pela própria variabilidade local das camadas de MLC, que foram analisadas levando em consideração o módulo de elasticidade global.

Cabe destacar que o presente trabalho contribuiu para a avaliação de métodos que podem ser utilizados para dimensionamento e análise de vigas de MLC reforçadas com fibras sintéticas de Vectran®, fibra esta que ainda não é utilizada na construção civil. Apesar de ser realizado um procedimento determinístico das tensões e deslocamentos, os mesmos podem ser replicados probabilisticamente, o que tende a ser mais representativo para a madeira, que apresenta uma variabilidade relativamente grande comparada a outros materiais.



A utilização dos modelos numéricos e analíticos mostrou-se eficaz para este tipo de análise, que para os estados limites de utilização de vigas de MLC reforçadas com fibra, o cálculo dos deslocamentos é o aspecto mais relevante a ser considerado. O método da seção transformada mostrou-se altamente aplicável à casos como este, em que se considera elementos estruturais discretos, por ser facilmente programável. Entretanto, para análises globais mais complexas recomenda-se a utilização de métodos mais sofisticados, como o método dos elementos finitos.

## AGRADECIMIENTOS

À Comissão de Aperfeiçoamento de Pessoal do Nível Superior (CAPES) pela concessão de bolsas de estudos (nº 05-P-04797-2019 e 05-P-04797-2019), ao Laboratório Estruturas da Faculdade de Engenharia Civil, Arquitetura e Urbanismo (FEC) da Universidade Estadual de Campinas (UNICAMP), que concedeu os equipamentos e suporte técnico para a execução dos ensaios.

**Comentado [RV3]:** Nilson, será solicitado custeio da inscrição?

**Comentado [RV4]:** Bruno, verificar o número da bolsa e inserir aqui.

## REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

André, A. (2006). Fibres for strengthening of timber structures. Master's Thesis. Luleå: Luleå University of Technology.

Associação Brasileira de Normas Técnicas (1997). Projeto de estruturas de madeira. NBR 7190:1997. Rio de Janeiro.

Bertoline, C.A.A., Mascia, N.T., Basaglia, C.D. and Donadon, B.F. (2016). Analysis of fiber reinforced laminated timber beams. Key Engineering Materials, v. 668, p. 100–109 [online]. <https://doi.org/10.4028/www.scientific.net/KEM.668.100>.

Bodig, J. and Jayne, B.A. (1982). Mechanics of Wood and Wood Composites. New York: Van Nostrand.

Campbell, F.C. (2010). Structural Composite Materials. Ohio, United States of America: ASM International.

Fawwaz, M. and Hanna, A. (2002). Structural behavior of notched glulam beams reinforced by means of plywood and FRP. Journal of Composites for Construction, v. 6, n. 3.

Fiorelli, J. and Dias, A.A. (2006). Fiberglass-reinforced glulam beams: mechanical properties and theoretical model. Materials Research, v. 9, n. 3, p. 263–269 [online]. <https://doi.org/10.1590/S1516-14392006000300004>.

Fiorelli, J. and Dias, A.A. (2011). Glulam beams reinforced with FRP externally-bonded: theoretical and experimental evaluation. Materials and Structures, v. 44, p. 1431–1440.

FPIinnovations (2012). CLT Handbook: Cross-Laminated Timber. Canadian: FPIinnovations.

Franklin Adhesives & Polymers (2018). ReacTITE EP-925 [online]. Available from: <http://www.franklinadhesivesandpolymers.com/Wood-Adhesives-International/Wood-Adhesives/Application/Laminating-Glue/ReacTITE-EP-925.aspx> [Accessed 27 June 2018].

Gere, J.M. (2004). Mechanics of Materials. 6th ed. Belmont: Thomson Learning.



Glišović, I., Pavlović, M., Stevanović, B. and Todorović, M. (2017). Numerical Analysis of Glulam Beams Reinforced with CFRP plates. *Journal of Civil Engineering and Management*, v. 23, n. 7, p. 868–879 [online]. <https://doi.org/10.3846/13923730.2017.1341953>.

Glišović, I., Stevanović, B., Todorović, M. and Stevanović, T. (2016). Glulam Beasm Externally Reinforced with CFRP plates. *Wood Research*, v. 61, n. 1, p. 141–154.

Jacob, J. and Barragán, O.L.G. (2007). Flexural Strengthening of Glued Laminated Timber Beams with Steel and Carbon Fiber Reinforced Polymers. Master's Thesis. Göteborg, Sweden: Chalmers University of Technology [online]. Available from: <http://publications.lib.chalmers.se/records/fulltext/40294.pdf>.

Kuraray (2018). Vectran [online]. Available from: <http://www.kuraray.com.br/Produtos/Vectran?Idioma=pt-BR> [Accessed 27 June 2018].

Lopez-Anido, R. and Xu, H. (2002). Structural Characterization of Hybrid Fiber-Reinforced Polymer-Glulam Panels for Bridge Decks. *Journal of Composites for Construction*, v. 6, n. 3, p. 194–203 [online]. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)1090-0268\(2002\)6:3\(194\)](https://doi.org/10.1061/(ASCE)1090-0268(2002)6:3(194)).

Mascia, N.T., Mayer, R.M. and Moraes, R.W. (2014). Analysis of Wood Laminated Beams Reinforced with Sisal Fibres. *Key Engineering Materials (Online)*, v. 600, p. 97–104.

Mendonça, P.T.R. (2005). *Materiais Compostos & Estruturas-Sanduíches: Projeto e Análise*. 1st ed. Barueri: Manole.

Raftery, G.M. and Harte, A.M. (2011). Low-grade glued laminated timber reinforced with FRP plate. *Compos B Eng.*, v. 42, n. 4, p. 724–735.

Ramage, M.H., BurrIDGE, H., Busse-Wicher, M., Feredaya, G., Reynolds, T., Shah, D.U., Wu, G., Yu, L., Fleming, P., Densley-Tingley, D., Allwood, J., Dupree, P., Linden, P.F. and Scherman, O. (2017). The wood from the trees: The use of timber in construction. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, v. 68, n. 1, p. 333–359.

Solarov, R. and Glisic, M. (2014). Glulam beams reinforced with FRP strips and their application in architecture. *Spatium*, n. 32, p. 1–6 [online]. <https://doi.org/10.2298/SPAT1432001S>.

Tsalkatidis, T. (2014). Numerical simulation and analytical study of glulam timber beams. *International Journal of Engineering & Technology*, v. 3, n. 2, p. 129–136.